

- ① $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$ の式を、次のように展開した。

$$\begin{aligned} ab + b^2 &= M \quad \text{とおくと} \\ (a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2) \\ &= (a^2 + M)(a^2 - M) \\ &= (a^2)^2 - M^2 \\ &= a^4 - M^2 \\ \text{もとにもどすと} \\ a^4 - (ab + b^2)^2 \\ &= a^4 - (a^2b^2 + 2ab^3 + b^4) \\ &= a^4 - a^2b^2 - 2ab^3 - b^4 \end{aligned}$$

この解答は正しいか。誤りがあれば指摘し、誤っている理由を説明しなさい。

- ② $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$ を因数分解した。

解答には、 $(a - b)(b - c)(c - a)$ と書かれていた。

A君のグループが導き出した答えは、皆、解答と違っていた。A～D 4人の中から、正解した生徒をすべて答えなさい。

- A $(a - b)(b - c)(a - c)$
 B $(b - a)(b - c)(a - c)$
 C $-(b - c)(a - b)(a - c)$
 D $(-a + b)(-b + c)(-c + a)$

- ③ (1) $\sqrt{8 + 2\sqrt{15}}$ を簡単にしなさい。

(2) $a > 0, b > 0$ であるとき、 $\sqrt{(a + b) - 2\sqrt{ab}}$ を簡単にしなさい。

- ④ 次のア～エで、正しいものには○を、必ずしも正しいとはいえないものは、正しくない例を1つ答えなさい。

- ア 自然数は、負の数ではない整数である。
 イ 整数は、有理数である。
 ウ 有限小数は、有理数である。
 エ 無限小数は、無理数である。

- ⑤ $a < b < 0 < c < d$ のとき、常に成り立つ不等式をア～エからすべて選び答えなさい。

ア $ab < cd$ イ $ad < bc$ ウ $a + c < b + d$ エ $a + d < b + c$

- ⑥ 不等式 $\sqrt{3}x - 5 > 2x - 1$ を次のように解いた。①～⑤の変形に誤りがあれば、指摘しなさい。

$$\begin{aligned} \sqrt{3}x - 5 &> 2x - 1 \\ &\downarrow \text{①} \\ \sqrt{3}x - 2x &> -1 + 5 \\ &\downarrow \text{②} \\ (\sqrt{3} - 2)x &> 4 \\ &\downarrow \text{③} \\ x &> \frac{4}{\sqrt{3} - 2} \\ &\downarrow \text{④} \\ x &> \frac{4(\sqrt{3} + 2)}{(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)} \\ &\downarrow \text{⑤} \\ x &> -4\sqrt{3} - 8 \end{aligned}$$

- ⑦ 有理数全体の集合をQ、実数全体の集合をRとする。

次の の中に、 $\subset$, $\supset$, $=$, $\in$, $\notin$ のいずれか適するものを書き入れなさい。

(1) $\sqrt{3}$ Q (2) -5 R (3) Q R

- ⑧ 集合 A ～ N において、次のことが成り立つ。記号で表しなさい。

- (1) $x \in A$ ならば $x \in B$ が成り立つ。
 (2) C は D の部分集合である。
 (3) E が F に含まれる。
 (4) G が H を含む。
 (5) I 自身も I の部分集合である。
 (6) J, K の要素が完全に一致している。
 (7) L と M は等しい。
 (8) 空集合は、N の部分集合である。

- ⑨ 次の集合を記号を使って表しなさい。全体集合を U とする。

- (1) $\{x \mid x \in A \text{ かつ } x \in B\}$
 (2) $\{x \mid x \in A \text{ または } x \in B\}$
 (3) $\{x \mid x \in U \text{ かつ } x \notin A\}$

- ⑩ 全体集合を U、空集合を $\emptyset$ 、集合 A の補集合を $\overline{A}$ とする。次の をうめなさい。

(1) $\emptyset =$ (2) $\overline{U} =$
 (3) $A \cap \overline{A} =$ (4) $A \cup \overline{A} =$ (5) $\overline{\overline{A}} =$

- ⑪ 命題「 x を とするとき、 $x^2 = 9$ ならば $x = 3$ である。」について次の問いに答えなさい。

- (1) この命題が真であるとき、 に適する条件を1つ答えなさい。
 (2) この命題が偽であるとき、 に適する条件を1つ答えなさい。また、反例を答えなさい。

- ⑫ 全体集合を U とする命題 $p \Rightarrow q$ において

条件 p を満たす U の要素全体の集合を P

条件 q を満たす U の要素全体の集合を Q とする。

次のア～ウが正しくなるように に適する記号やことばを答えなさい。

ア $p \Rightarrow q$ が真であるとき、 P Q が成り立つ。

イ P Q が成り立つことは、 $p \Leftrightarrow q$ が真であることと同じである。

ウ $p \Rightarrow q$ が偽であるとき、 $P \cap$ に属する要素が存在する。

13 (1)の問題を、次のように解いた。証明を完成させなさい。

- (1) p, q が有理数, X が無理数で, $p+qX=0$ であるならば, $p=q=0$ であることを証明せよ。

【(1)解答】

と仮定すると, $p+qX=0$ であるから,

$$X = -\frac{p}{q}$$

よって $q=0$

$q=0$ を $p+qX=0$ に代入すると $p=0$

したがって, $p+qX=0$ であるならば, $p=q=0$ である。

- (2) $(\sqrt{2}-1)p+q\sqrt{2}=2+\sqrt{2}$ を満たす有理数 p, q の値を求めよ。

この問題を次のように解いた。①と②が成り立つ理由を書きなさい。

【(2)解答】

$$(\sqrt{2}-1)p+q\sqrt{2}=2+\sqrt{2}$$

$$(-p-2)+(p+q-1)\sqrt{2}=0$$

$$\text{ゆえに } -p-2=0 \quad \cdots \text{①}, \quad p+q-1=0 \quad \cdots \text{②}$$

$$\text{よって } p=-2, q=3$$

- 14 右の図のように, 2つの放物線

$$y=ax^2+bx+c \quad \cdots \text{①}$$

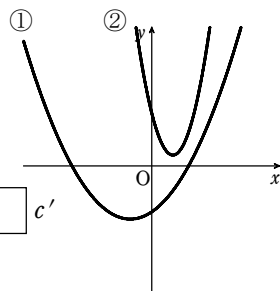
$$y=a'x^2+b'x+c' \quad \cdots \text{②}$$

がある。次の□に適する不等号を答えなさい。

(1) a a' , b b' , c c'

(2) b^2-4ac $b'^2-4a'c'$

(3) $a+b+c$ $a'+b'+c'$



- 15 x の2次不等式 $x^2-(a+1)x+a < 0$ を次のように解いた。問題点があれば指摘しなさい。

$$x^2-(a+1)x+a < 0$$

$$(x-1)(x-a) < 0$$

$$1 < a \text{ のとき } 1 < x < a$$

$$a < 1 \text{ のとき } a < x < 1$$

- 16 ある放物線を, x 軸方向に -2 , y 軸方向に 3 だけ平行移動すると $y=x^2-4x+1$ に移った。もとの放物線の方程式を求めなさい。

この問題を次のように解いた。誤りがあれば指摘し, もとの放物線の方程式を求めなさい。

【解答】

$y=x^2-4x+1$ の x を $x-(-2)$, y を $y-3$ におき換えると,

$$y-3=(x+2)^2-4(x+2)+1$$

展開して整理すると $y=x^2$ なので, もとの放物線の方程式は $y=x^2$ である。

- 17 関数 $y=-x^2+4x+3$ ($1 < x \leq 5$) の最大値と最小値を次のように求めたが, この解答は誤っている。誤りを指摘し, 正しい最大値と最小値を求めなさい。

【解答】

この関数に

$$x=1 \text{ を代入すると } y=-1^2+4 \cdot 1+3=6$$

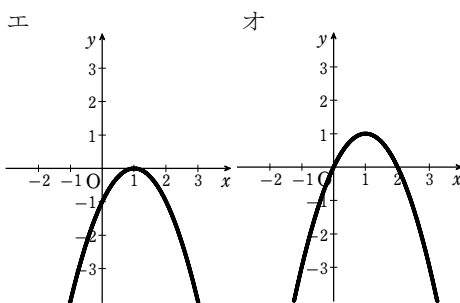
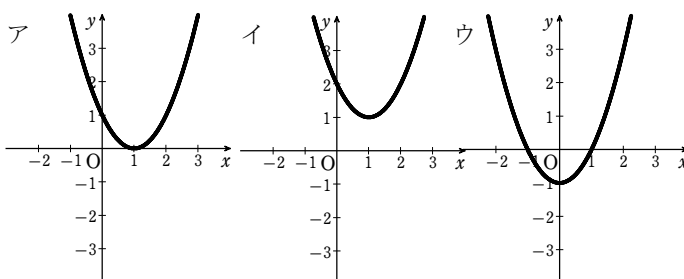
$$x=5 \text{ を代入すると } y=-5^2+4 \cdot 5+3=-2$$

よって, $x=1$ で最大値 6 , $x=5$ で最小値 -2 をとる。

- 18 (1) 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の解の公式を, 平方完成をして求めなさい。計算過程を記述すること。

- (2) 2次方程式, $ax^2+2b'x+c=0$ の解を, 解の公式において $b=2b'$ とおくことで求めなさい。計算過程を記述すること。

- 19 2次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の判別式を D とすると, $D=1$ となった。このとき, 2次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフとして適するものを次のア～オからすべて選びなさい。



- 20 次の文の にあてはまる D の条件を答えなさい。ただし, $D=b^2-4ac$ とする

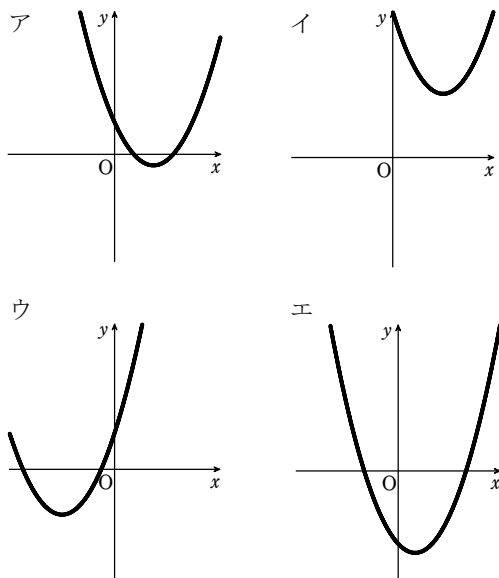
「 $a > 0$ かつ であるとき, 2次不等式 $ax^2+bx+c \geq 0$ の解はすべての実数である。」

- 21 「2次関数 $y=x^2-2mx-m+2$ のグラフと x 軸の正の部分が異なる2点で交わるように、定数 m の値の範囲を求めよ。」この問題について、グラフと x 軸の正の部分が異なる2点で交わるのは、次の[1],[2],[3]が同時に成り立つときである。

- [1] 判別式を D とすると、 $D>0$
 [2] グラフの軸 直線 $x=m$ について、 $m>0$
 [3] グラフのy切片について $-m+2>0$

次の問いに答えなさい。

- (1) グラフと x 軸の正の部分が異なる2点で交わっているグラフを次のア～エからすべて選びなさい。



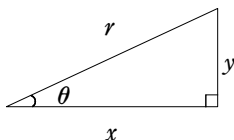
- (2) [1],[2],[3]の条件が1つでも不足すると、題意を満たさないグラフとなることがある。次の①～③の場合に考えられる、題意を満たさないグラフを、上のア～エから選びなさい。

- ① [1],[2],[3]の条件のうち、[1]のみが不足している場合。
 ② [1],[2],[3]の条件のうち、[2]のみが不足している場合。
 ③ [1],[2],[3]の条件のうち、[3]のみが不足している場合。

- 22 三角形の相互関係をまとめると次のようになる。

$$\textcircled{1} \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \quad \textcircled{2} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \quad \textcircled{3} 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

これらの関係が成り立つ理由を、下の図の直角三角形を用いて説明しなさい。



- 23 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ とする。 $\sin \theta = \frac{3}{5}$ のとき、 $\cos \theta$ と $\tan \theta$ の値を次のように求めた。

しかし、この解は誤っている。誤りを簡単に指摘し、正しい解を求めなさい。

解

等式 $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ から

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

したがって

$$\cos \theta = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}, \quad \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{3}{5} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{4}$$

- 24 $\triangle ABC$ の3つの内角 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ の大きさを、それぞれ A , B , C とするとき、

等式 $\sin \frac{A}{2} = \cos \frac{B+C}{2}$ が成り立つことを次のように証明した。

しかし、この証明は誤っている。誤りを簡単に指摘し、正しい証明をかきなさい。

証明

$$A+B+C=180^\circ \text{ であるから } A=180^\circ-(B+C)$$

$$\text{よって } \sin \frac{A}{2} = \cos \frac{B+C}{2}$$

$$\sin \frac{180^\circ-(B+C)}{2} = \cos \frac{B+C}{2}$$

$$\sin \left(90^\circ - \frac{B+C}{2}\right) = \cos \frac{B+C}{2}$$

$$\cos \frac{B+C}{2} = \cos \frac{B+C}{2}$$

したがって等式は成り立つ。

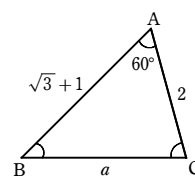
- 25 $\triangle ABC$ において、 $b=2$, $c=\sqrt{3}+1$, $A=60^\circ$ のとき、 a , B , C を求めたい。

籠山君は、まず、余弦定理を用いて次のように a を求めた。

余弦定理により

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A \\ &= 2^2 + (\sqrt{3}+1)^2 - 2 \cdot 2(\sqrt{3}+1) \cos 60^\circ \\ &= 6 \end{aligned}$$

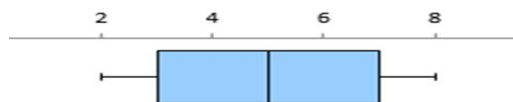
$$a>0 \text{ であるから } a=\sqrt{6}$$



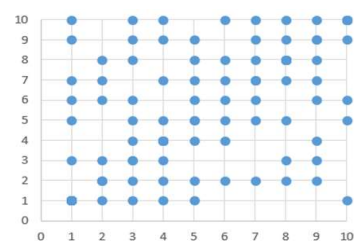
籠山君は、 a を求めた後、余弦定理を用いて B , C を求めたが、隣の席の平等君は正弦定理を用いて B , C を求めている。籠山君と平等君の解答をそれぞれかきなさい。

- 26 10名に10点満点の小テストを実施した。平均値はちょうど8点だった。Aさんの得点は平均値よりも高い9点だったが、順位は8位だという。こうなった原因として考えられることを、説明しなさい。

- 27 10名に10点満点の小テストを実施した。中央値はちょうど5点だった。箱ひげ図をかくと、下の図のようになったが、得点が4点、5点、6点の人は、それぞれ一人もいないという。この箱ひげ図になった理由を、説明しなさい。



- 28 数学Iと数学Aで、それぞれ10点満点の小テストを実施し、下のように散布図にまとめた。数学Iと数学Aの得点に相関関係がないように思えたが、相関係数を求めると0.70で、正の相関関係があった。このずれの原因として、考えられることは何か。

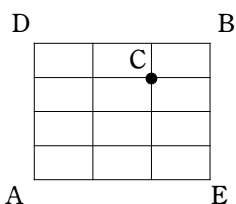


29 次のものの総数を求めなさい。

- (1) 1, 2, 3, 4, 5, 6 の6個の数字から異なる3個を選んで作る3桁の整数
- (2) 1, 2, 2, 3, 3, 3 の6個の数字から異なる3個を選んで作る3桁の整数
- (3) 1, 2, 3, 4, 5, 6 の6個の数字から重複を許して3個を選んで作る3桁の整数
- (4) 1, 2, 3, 4, 5, 6 の6個の数字全部を使ってできる6桁の整数
- (5) 0, 1, 2, 3, 4, 5 の6個の数字全部を使ってできる6桁の整数
- (6) 1, 2, 2, 3, 3, 3 の6個の数字全部を使ってできる6桁の整数
- (7) 色の異なる6個の玉を机の上に円形に並べる方法
- (8) 色の異なる6個の玉を糸でつないで首飾りにする方法
- (9) 1, 2, 3, 4, 5, 6 の6個の数字から異なる3個を選ぶ方法
- (10) 1, 2, 3, 4, 5, 6 の6個の数字から重複を許して3個を選ぶ方法

30 右の図のような碁盤の目の道路がある。

いま、A地点にいる人が、B地点に向かって進むものとする。ただし、最短距離を進むものとし、2通りの選び方のある交差点では、どちらを選ぶかは $\frac{1}{2}$ の確率であるとする。このとき、C地点を通る確率を次のように求めた。誤りをあれば指摘し、正しい解を求めなさい。



【解答】

AからBまでのすべての道順は $\frac{7!}{3!4!} = 35$ 通り

そのうちC地点を通る道順は $\frac{5!}{2!3!} \times \frac{2!}{1!1!} = 20$ 通り

したがって求める確率は $\frac{20}{35} = \frac{4}{7}$

31 equationsという単語の文字をすべて使って順列を作るとき、少なくとも一端に子音がくるものは何通りあるか。この問題を次のように解いたがこれは誤っている。誤りを指摘しなさい。

母音が5文字、子音が4文字である。

まず、左端に子音がくるものについて、左端に子音を並べる方法は4通り、残りの8文字を並べる方法は8!通りなので、

$$4 \times 8! = 161280 \text{ 通り}$$

次に、右端に子音がくるものも、同様に求めて 161280 通り

したがって、 $161280 \times 2 = 322560$ 通り

32 $r \leq n$ のとき、 n 個から r 個取る順列の総数 ${}_nP_r$ を次のように表した。

$\square$ にあてはまる式を答えなさい。

$${}_nP_r = n(n-1)(n-2) \cdots (\square)$$

$${}_nP_r = \frac{n!}{(\square)!}$$

33 次のア～カの $\square$ にあてはまる数や文字を答えなさい。

ア ${}_nP_n = \square!$ イ $0! = \square$

ウ ${}_nP_0 = \square$ エ $\frac{{}_nP_n}{\square} = (n-1)!$

オ ${}_nC_n = \square$ カ ${}_nC_0 = \square$

34 白玉3個、赤玉6個が入っている袋から玉を1個取り出し、色を調べてからもとに戻すことを5回続けて行った。白玉がちょうど2回出る確率を次のように求めた。誤りを指摘し、正しい確率を求めなさい。

$$\text{白玉が出る確率は } \frac{3}{9} = \frac{1}{3}, \text{ 赤玉が出る確率は } \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

ゆえに求める確率は

$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{243}$$

35 AさんとBさんが、じゃんけんを5回行い、先に3勝した方を勝ちとするゲームをした。あいこのときは続けてじゃんけんをし、勝負がついたときに1回と数える。1回目Aさんが勝った。このとき、Aさんが先に3勝できる確率を次のように求めた。誤りを指摘し、正しい確率を求めなさい。

Aさんが先に1勝しているの、Aさんが先に3勝するためには、残り4回は2勝2敗でよいから、Aさんが先に3勝する確率は

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}$$

36 Aの袋には白玉5個、黒玉4個、Bの袋には白玉3個、黒玉5個が入っている。A、Bから1個ずつ玉を取り出すとき、2個の玉の色が同じである確率を求める式を、次のア～カからすべて選びなさい。

ア $\left(\frac{5}{9} + \frac{3}{8}\right) \times \left(\frac{4}{9} + \frac{5}{8}\right)$ イ $\left(\frac{5}{9} \times \frac{3}{8}\right) + \left(\frac{4}{9} \times \frac{5}{8}\right)$

ウ $\frac{{}_5C_1}{{}_9C_1} \times \frac{{}_4C_1}{{}_8C_1} \times \frac{{}_4C_1}{{}_9C_1} \times \frac{{}_5C_1}{{}_8C_1}$ エ $\frac{{}_5C_1}{{}_9C_1} \times \frac{{}_4C_1}{{}_8C_1} + \frac{{}_4C_1}{{}_9C_1} \times \frac{{}_5C_1}{{}_8C_1}$

オ $\frac{{}_5C_1 \times 3{}_3C_1 + 4{}_4C_1 \times 5{}_5C_1}{17{}_2C_2}$ カ $\frac{{}_5C_1 \times 4{}_4C_1}{{}_9C_1} + \frac{{}_3C_1 \times 5{}_5C_1}{{}_8C_1}$

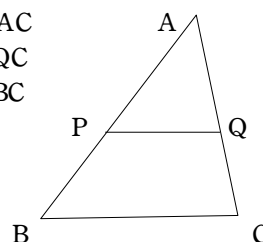
37 $\triangle ABC$ の辺AB、AC上にそれぞれ点P、Qがあるとき、次のことが成り立つ。ただし、③の逆は成り立たない。

① $PQ \parallel BC \Leftrightarrow AP:AB=AQ:AC$

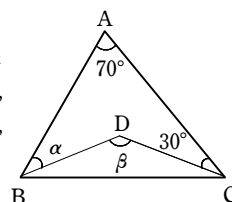
② $PQ \parallel BC \Leftrightarrow AP:PB=AQ:QC$

③ $PQ \parallel BC \Rightarrow AP:AB=PQ:BC$

③の逆が成り立たない場合を示す点Qを、右の図に作図しなさい。



38 右の図において、点Dは $\triangle ABC$ の3辺AB、BC、CAそれぞれの垂直二等分線の交点である。点Dは、外心、内心、重心、垂心、傍心のどれか。また、 $\angle BAC=70^\circ$ 、 $\angle ACD=30^\circ$ のとき、角 α 、 β を求めよ。



39 正多面体の面が、正三角形、正方形、正五角形以外にない理由を簡単に説明しなさい。

40 2つの整数 a, b が互いに素であるとき、次のア～カから正しいものをすべて選びなさい。

- ア a, b に共通な素因数はない。
イ a, b の最大公約数は1である。
ウ a, b の最小公倍数は ab である。
エ $\frac{b}{a}$ は約分できる。
オ $4a=7b$ であるとき、 a は7の倍数である。
カ 2つの整数 $a+1, b+1$ も互いに素である。

41 加藤君が、方程式 $4x+7y=1$ の整数解を、 $x=2, y=-1$ がこの方程式の整数解の1つであることを使って求めたら、求める整数解は、 $x=7k+2, y=-4k-1$ (k は整数) となり、正解だった。

麦倉君、籠山君、久末君、平等君、林君、谷川君の6人は、正解した加藤君と違う答えとなってしまう、正解なのか不正解なのか、判断できずに困っている。

ア～オの中で、正解であるものをすべて選びなさい。

- ア $x=7k-2, y=-4k+1$ (k は整数)
イ $x=-7k+2, y=4k-1$ (k は整数)
ウ $x=4k+2, y=-7k-1$ (k は整数)
エ $x=7k+9, y=-4k-5$ (k は整数)
オ $x=7k-5, y=-4k+3$ (k は整数)

42 次のア～オの中から、正しいものをすべて選びなさい。

- ア 有限小数は有理数である。
イ 循環小数は無理数である。
ウ 無限小数は無理数である。
エ $\sqrt{a}$ の形で表される数は、すべて無理数である。
オ m を整数、 n を0でない整数とすると、分数 $\frac{m}{n}$ は、整数または有限小数で表される。

43 次の にあてはまる数を答えなさい。

$$\begin{array}{ll} 1_{(2)} + 1_{(2)} = \boxed{}_{(2)} & 10_{(2)} \times 1_{(2)} = \boxed{}_{(2)} \\ 100_{(2)} - 1_{(2)} = \boxed{}_{(2)} & 100_{(5)} - 10_{(5)} = \boxed{}_{(5)} \end{array}$$

- ① $x^4 + 2x^2 - 15$ を次の範囲で因数分解しなさい。

(1)有理数 (2)実数 (3)複素数

- ② $a + b = 2, ab = -5$ のとき、籠山君は、 $a^2 + b^2$ の値を次のように求めた。

$$\begin{aligned} a^2 + b^2 &= (a + b)^2 - 2ab \\ &= 2^2 - 2 \cdot (-5) \\ &= 14 \end{aligned}$$

籠山君は、さらに $a^3 + b^3$ の値を求めた。

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) \\ &= 2^3 - 3 \cdot (-5) \cdot 2 \\ &= 38 \end{aligned}$$

その様子を見ていた久末君が、「 $a^3 + b^3$ の値は、因数分解を利用して求められるよ。」と教えてくれた。因数分解を利用したことがわかるように途中式をかき、 $a^3 + b^3$ の値を求めなさい。

- ③ 「 $a > 0, b > 0$ のとき 不等式 $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ が成り立つことを証明しなさい。」というテストの問題で、次のように証明したが、返却された答えは減点されていた。減点された理由として考えられることを答えなさい。

証明

両辺の平方の差を考えると、

$$\begin{aligned} (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - (\sqrt{a+b})^2 &= (a + 2\sqrt{ab} + b) - (a + b) \\ &= 2\sqrt{ab} > 0 \end{aligned}$$

$$\text{よって } (\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$$

$$\text{したがって } \sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b} \quad \text{証明終}$$

- ④ 実数 a の絶対値について、次の(1)～(3)が成り立つ。

$$(1) |a| \geq 0 \quad (2) |a| \geq a \quad (3) |a| \geq -a$$

(1)～(3)それぞれについて、等号が成り立つ場合を、下のア～エからすべて選びなさい。

ア $a > 0$ のとき成り立つ イ $a < 0$ のとき成り立つ

ウ $a = 0$ のとき成り立つ エ 常に成り立つ

- ⑤ 相加平均と相乗平均の間に次の大小関係が成り立つ。このことを証明しなさい。

$$a > 0, b > 0 \text{ のとき } \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$$

等号が成り立つのは $a = b$ のとき

- ⑥ 小島君「 $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$ だから (1) の計算は $\sqrt{-2} \times \sqrt{-3} = \sqrt{(-2) \times (-3)} = \sqrt{6}$ だよな。」

$$(2) \text{は } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{-\frac{3}{2}} \text{ と計算すればいいね。}$$

寺沢君「違うよ。正しい計算は、このようにやるんだよ。」

$$(1) \sqrt{-2} \times \sqrt{-3} \quad (2) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{-2}} \text{ について、小島君に理解し}$$

てもらえるように途中式をかき、正しく計算しなさい。

- ⑦ 2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の2つの解を α, β とすると

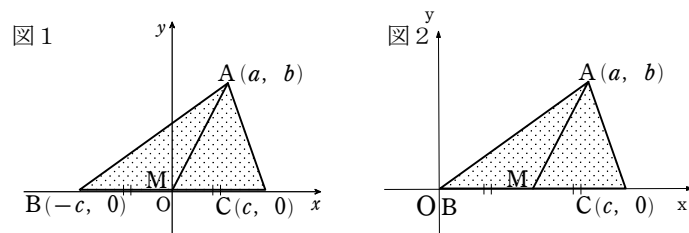
$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a} \text{ となる。このことが成り立つ理由を説明しなさい。}$$

- ⑧ 『△ABCにおいて、辺BCの中点をMとする。このとき、等式 $AB^2 + AC^2 = 2(AM^2 + BM^2)$ が成り立つことを証明しなさい。』この問題に、葛西君と小笠原君が取り組んでいる。

葛西君「先生に、辺の長さを求めやすいように、座標軸の取り方を工夫してやってみよう、と言われたから、僕は、図1のように、中点Mを原点にとって、証明したよ。」

小笠原君「僕は、図2のように、点Bを原点にとって証明しようとしたけど苦戦しているんだ。解答には、図1のやり方しかないから、どこが違うのかわからなくて…」

葛西君「どれどれ。僕が小笠原君のやり方でも、やってみるよ。」



葛西君は、次のように証明した。証明を完成させなさい。

証明

直線BCを x 軸に、点Bを原点にとると、3頂点は $A(a, b)$, $B(0, 0)$, $C(c, 0)$ と表すことができる。このとき $AB^2 + AC^2 =$

- ⑨ 次のア～エのうち、正しいものをすべて選びなさい。

ア 半径1、弧の長さが1であるおうぎ形の中心角は1ラジアンである。

イ 半径3、弧の長さが3であるおうぎ形の中心角は3ラジアンである。

ウ $60^\circ = \frac{\pi}{3}$ ラジアンとなるように、弧度法では必ず $\frac{m\pi}{n}$ ラジアンと表される。(m, n は整数, n は0を除く)

エ 1ラジアンを度数法で表すと、 60° よりも小さい角度となる。

- ⑩ 次のア～オのうち、奇関数について述べたものをすべて選び、記号で答えなさい。

ア 常に $f(-x) = -f(x)$ が成り立つ。

イ 常に $f(-x) = f(x)$ が成り立つ。

ウ グラフが x 軸について対称である。

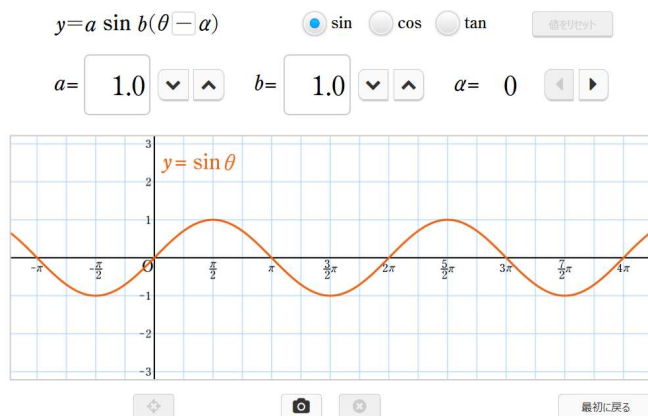
エ グラフが y 軸について対称である。

オ グラフが原点について対称である。

- ⑪ 正弦と余弦の加法定理を利用し、正接の加法定理

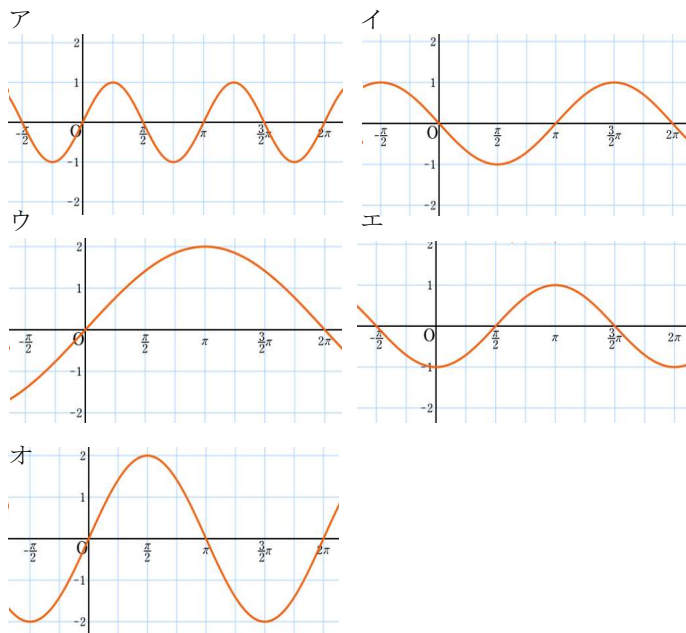
$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \text{ を導きなさい。}$$

- 12 コンピューターを使って、関数 $y = a \sin b(\theta - \alpha)$ について、 a, b, α の値を変化させたとき、グラフがどのように変化するかを調べている。下のグラフは、 $a = 1, b = 1, \alpha = 0$ とした $y = \sin \theta$ のグラフである。



次の(1)～(3)の時に表示される画面を、下のア～オ からすべて選びなさい。

- (1) 上の図で、 a の値のみ2にした場合。
 (2) 上の図で、 b の値のみ2にした場合。
 (3) 上の図で、 α の値のみ変化した場合とそのときの α の値。



- 13 次の文は正しいか。誤りがあれば指摘しなさい。

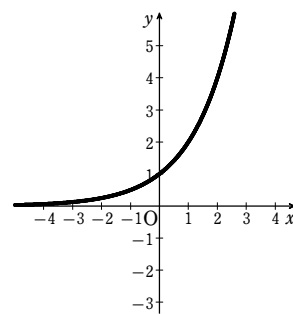
「方程式 $\sqrt{2} \sin \theta + 1 = 0$ を解くと $\sin \theta = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ となるので、 $\theta = \frac{5}{4}\pi, \frac{7}{4}\pi$ である。」

- 14 指数関数 $y = a^x$ のグラフについて述べた次のア～オから、正しいものをすべて選びなさい。

- ア 点 $(1, 0)$ を通る。
 イ 点 $(0, 1)$ を通る。
 ウ x 軸を漸近線としてもつ曲線である。
 エ y 軸を漸近線としてもつ曲線である。
 オ $a > 0$ であるとき、右上がりの曲線となる。

- 15 右のグラフは、指数関数 $y = 2^x$ のグラフである。

$p = \log_2 3$ となる p の値をグラフを利用し、示しなさい。



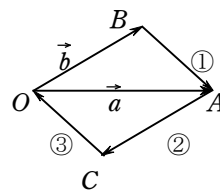
- 16 関数 $f(x)$ が $x = a$ で極値をとるならば $f'(a) = 0$ である。しかし、 $f'(a) = 0$ であっても、 $f(x)$ は $x = a$ で極値をとるとは限らない。その理由を説明しなさい。

- 17 右の図で、四角形 $OCAB$ は平行四辺形、

$\vec{OA} = \vec{a}, \vec{OB} = \vec{b}$ とするとき

次のベクトルを①～③から選びなさい。

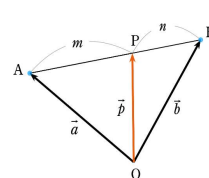
- (1) $\vec{a} - \vec{b}$ (2) $-\vec{b}$ (3) $\vec{b} + (-\vec{a})$



- 18 右の図で、2点 $A(\vec{a}), B(\vec{b})$ を結ぶ線分 AB を $m:n$ に内分する点 P の位置

ベクトル $\vec{p}$ が $\vec{p} = \frac{n\vec{a} + m\vec{b}}{m+n}$ となる

ことを説明しなさい。



- 19 次のことが成り立つように、 にあてはまる条件をすべて答えなさい。

「異なる2点 $A(\vec{a}), B(\vec{b})$ に対して、点 $P(\vec{p})$ が

$\vec{p} = s\vec{a} + t\vec{b}$, を満たしながら動くとき、点 $P(\vec{p})$ の存在範囲は、線分 AB である。」

- 20 (1) 数列 a, b, c が等差数列であるとき、 $2b = a + c$ が成り立つ。
 数列 e, f, g, h が等差数列であるとき、 e, f, g, h の間に成り立つ関係を、等式で表しなさい。

- (2) s, t, u, v, w, x, y が0でないとする。

数列 s, t, u が等比数列であるとき、 $b^2 = ac$ が成り立つ。

数列 v, w, x, y が等比数列であるとき、 v, w, x, y の間に成り立つ関係を、等式で表しなさい。

- 21 $\sum_{k=3}^6 k^3$ や $\sum_{j=3}^6 j^3$ は、和 $3^3 + 4^3 + 5^3 + 6^3$ を表している。

これと同じ意味を表す数列を、次のように表した。 にあ

てはまる式を答えなさい。

$$\sum_{k=1}^4 \boxed{}$$